

Филимонов Д.А., Лагунин А.А., Погодин П.В., Поройков В.В.

## **PASS AFFINITIES ИЛИ ДЕЙСТВИТЕЛЬНО ЛИ НАИВЕН МЕТОД ПОЛУЧЕНИЯ (Q)SAR ОЦЕНОК «NAIVE BAYES»?**

XXIII Российский национальный конгресс “Человек и лекарство”  
XXII Симпозиум “Биоинформатика и компьютерное конструирование лекарств”

# Программа

- Почему Байес «наивный»?
- (Q)SAR оценки «Naïve Bayes»
- Молекулярная биофизика
- Не наивный «наивный» Байес
- Биофизика и «теория катастроф»
- «Размерность активности»
- PASS Affinities
- Биофизика, теория катастроф и QSAR
- Выводы

# Формула Байеса

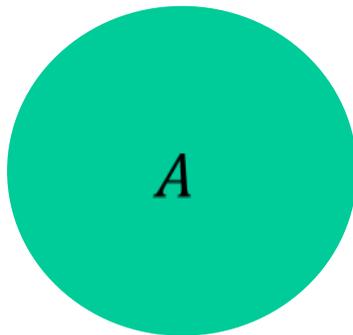
Вероятность  $P(A|C)$  того, что органическое соединение  $C$  с дескрипторами  $D_1, D_2, \dots, D_m$  имеет активность  $A$ :

$$P(A|C) = P(A|D_1, D_2, \dots, D_m) = \frac{P(D_1, D_2, \dots, D_m|A) \cdot P(A)}{P(C)}$$

$P(D_1, D_2, \dots, D_m|A)$  – условная вероятность того, что соединение с активностью  $A$  имеет дескрипторы  $D_1, D_2, \dots, D_m$ ;

$P(A)$  – априорная вероятность активности  $A$ ;

$P(C) = P(D_1, D_2, \dots, D_m)$  – априорная вероятность соединения  $C$ .

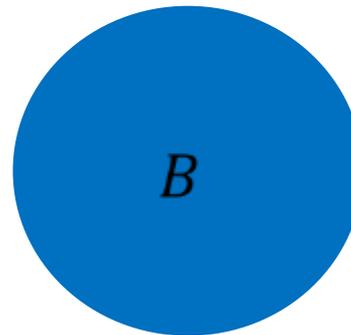
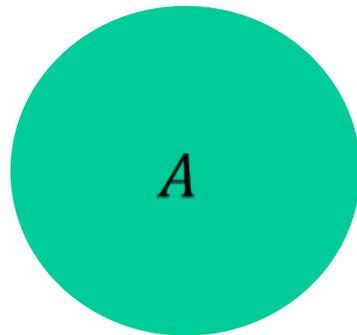


# Формула Байеса

$$P(A|D_1, D_2, \dots, D_m) = \frac{P(D_1, D_2, \dots, D_m|A) \cdot P(A)}{P(C)}$$

$$P(B|D_1, D_2, \dots, D_m) = \frac{P(D_1, D_2, \dots, D_m|B) \cdot P(B)}{P(C)}$$

$$\frac{P(A|D_1, D_2, \dots, D_m)}{P(B|D_1, D_2, \dots, D_m)} = \frac{P(D_1, D_2, \dots, D_m|A) \cdot P(A)}{P(D_1, D_2, \dots, D_m|B) \cdot P(B)}$$

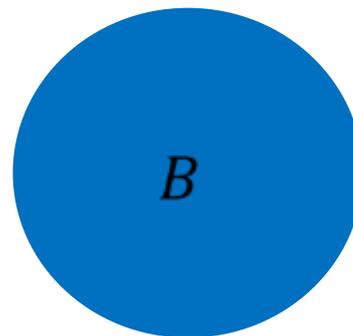
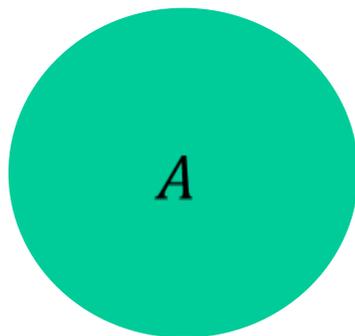


# Байес «наивный» - Naïve Bayes

$$P(D_1, \dots, D_m | A) \cong \prod_{i=1}^m P(D_i | A)$$

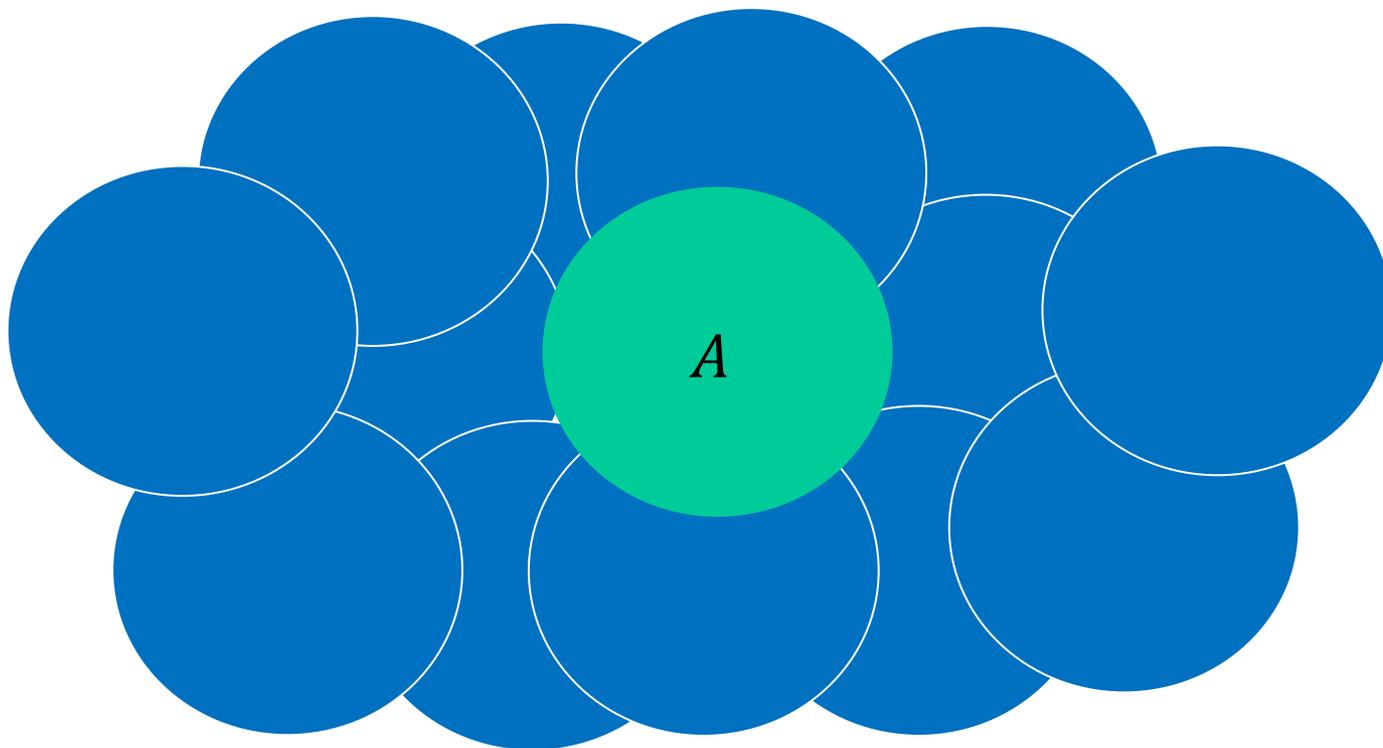
$$P(D_1, \dots, D_m | B) \cong \prod_{i=1}^m P(D_i | B)$$

$$\ln \left[ \frac{P(A | D_1, D_2, \dots, D_m)}{P(B | D_1, D_2, \dots, D_m)} \right] \cong \ln \left[ \frac{P(A)}{P(B)} \right] + \sum_i \ln \left[ \frac{P(D_i | A)}{P(D_i | B)} \right]$$



## (Q)SAR оценки «Naïve Bayes»

$$\ln \left[ \frac{P(A|C)}{1 - P(A|C)} \right] \cong \ln \left[ \frac{P(A)}{1 - P(A)} \right] + \sum_{i=1}^m \left\{ \ln \left[ \frac{P(A|D_i)}{1 - P(A|D_i)} \right] - \ln \left[ \frac{P(A)}{1 - P(A)} \right] \right\}$$
$$= a_0 + \sum_i a_i d_i(C)$$



# Молекулярная биофизика - аффинность

Результат молекулярного узнавания:

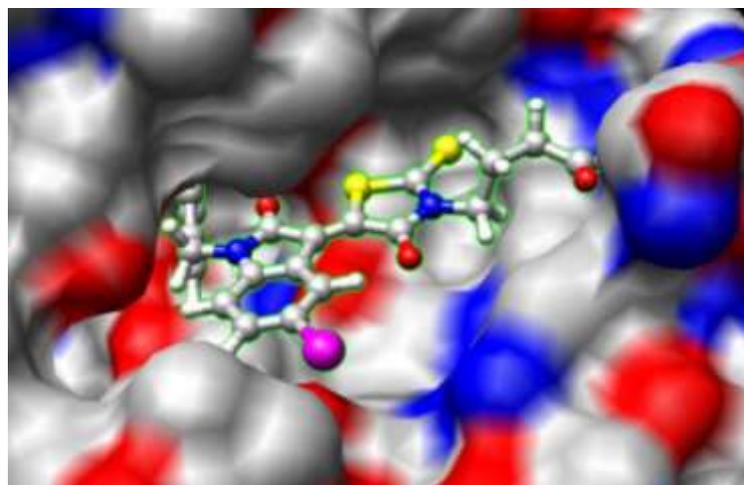


Константа диссоциации – иное представление аффинности:

$$K_d = \frac{[L][P]}{[LP]}$$

Прямое соответствие между  $\Delta G$  и  $K_d$ :

$$\Delta G = -RT \ln(K_d)$$



# Молекулярная биофизика - аффинность

$$P(A) = Pr\{\Delta G > \Delta G_*\}$$

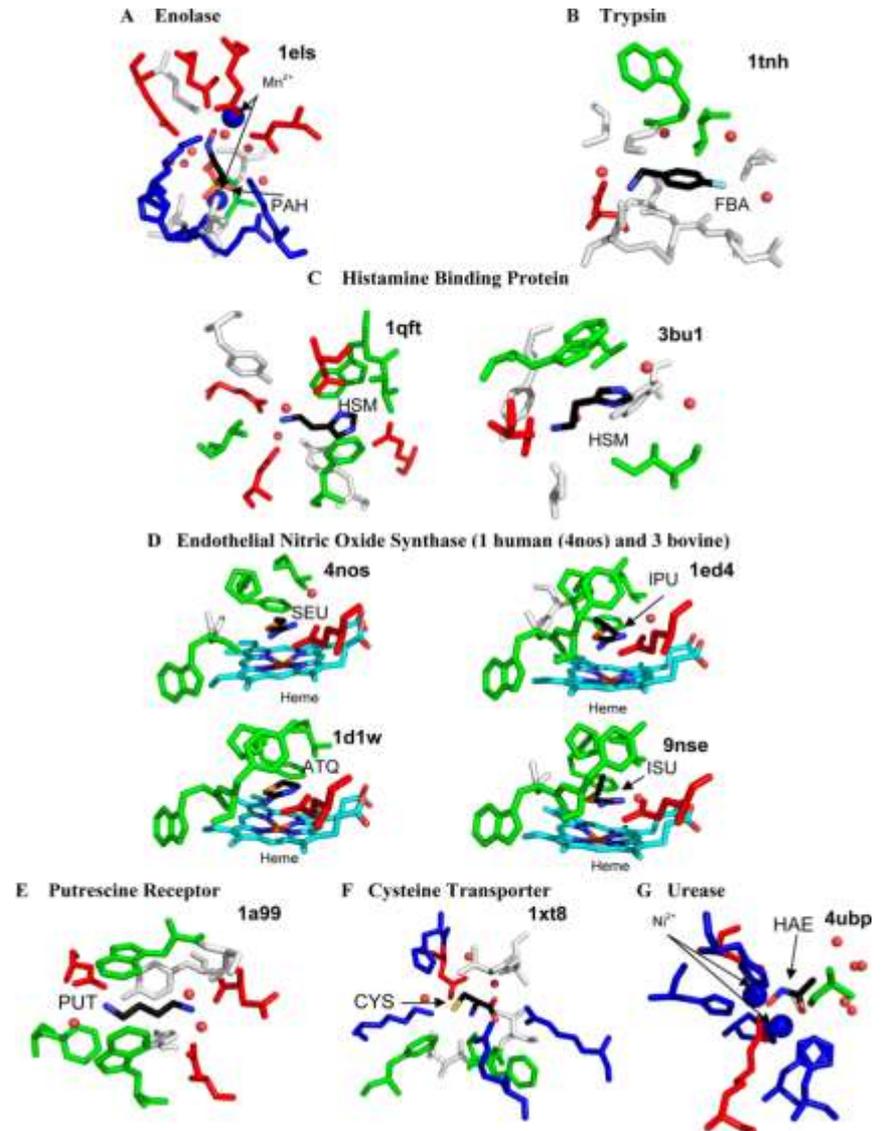
$$\Delta G = \sum_i \Delta G_i$$

$$P(A|D_i) = Pr\{\Delta G + \Delta G_i > \Delta G_*\}$$

$$= Pr\{\Delta G > \Delta G_* - \Delta G_i\}$$

$$P(A) = 1 - F_A(\Delta G_*)$$

$$P(A|D_i) = 1 - F_A(\Delta G_* - \Delta G_i)$$



R. D. Smith, A. L. Engdahl, J. B. Dunbar, Jr., and H. A. Carlson, *J. Chem. Inf. Model.*, 2012, 52, 2098–2106.

## Не наивный «наивный» Байес

$$\Delta G_* = F_A^{-1}(1 - P(A))$$

$$\Delta G_* - \Delta G_i = F_A^{-1}(1 - P(A|D_i))$$

$$\Delta G = \sum_i \Delta G_i = \sum_i [F_A^{-1}(1 - P(A)) - F_A^{-1}(1 - P(A|D_i))]$$

Наиболее привычно считать, что  $F_A(*)$  – нормальное.

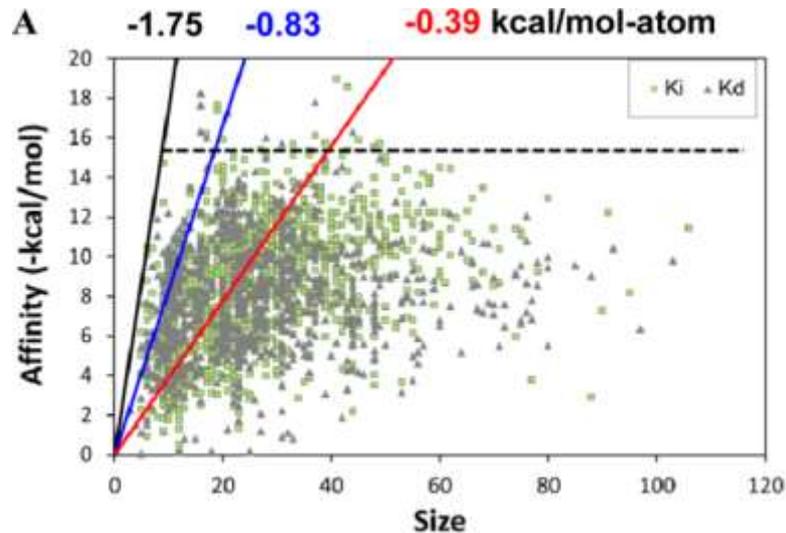
Аппроксимация – распределение Ферми оно же логистическое:

$$\Phi(x) = \frac{1}{1 + \text{Exp}(-1.6x)}$$

**Немедленно получаем:**

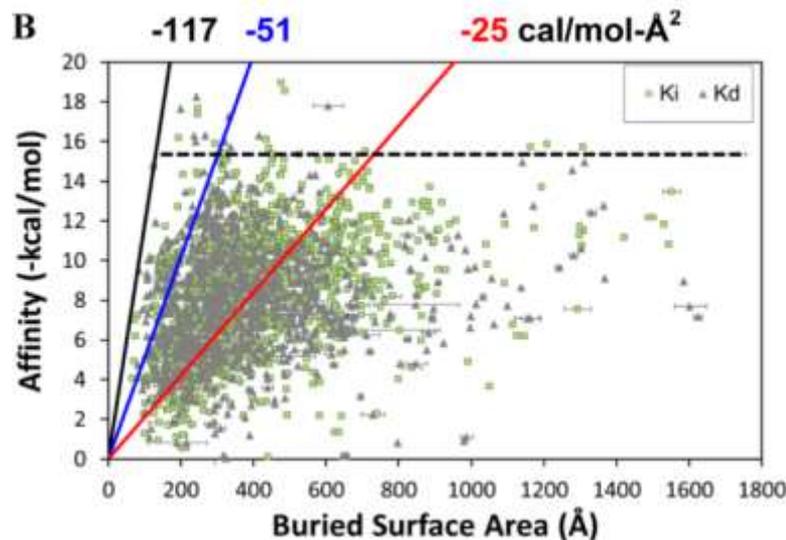
$$\Delta G_i \sim \ln \left[ \frac{P(A|D_i)}{1 - P(A|D_i)} \right] - \ln \left[ \frac{P(A)}{1 - P(A)} \right]$$

# Биофизика и «теория катастроф»



Среднее  
0.39 ккал/моль·атом  
0.017 эВ/атом

Медиана  
0.34 ккал/моль·атом  
0.015 эВ/атом



Предел  
1.75 ккал/моль·атом  
0.076 эВ/атом

Максимум  
15 ккал/моль  
0.651 эВ  
 $K_d = 5$  нМ

R. D. Smith, A. L. Engdahl, J. B. Dunbar, Jr., and H. A. Carlson, *J. Chem. Inf. Model.*, 2012, 52, 2098–2106.

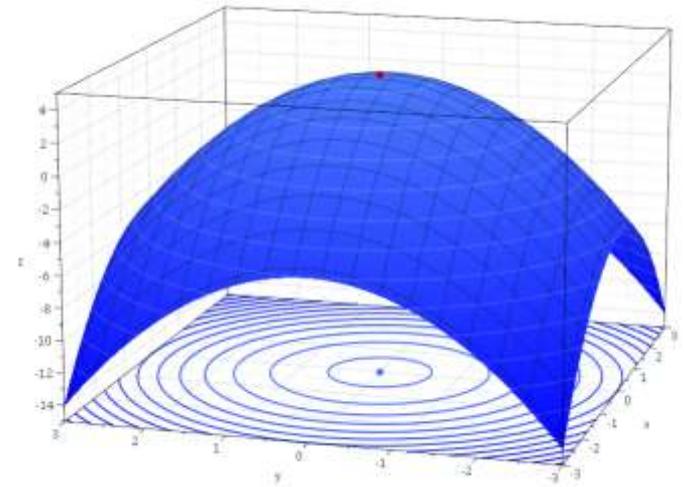
# Биофизика и «теория катастроф»

В силу леммы Морса  $\Delta G$  в окрестности максимума:

$$\Delta G = \Delta G_{max} - \sum_i Q_i^2 = \Delta G_{max} - R^2$$

$Q_i$  – «расстояния» от точки максимума

$R$  – радиус сечения многомерного параболоида

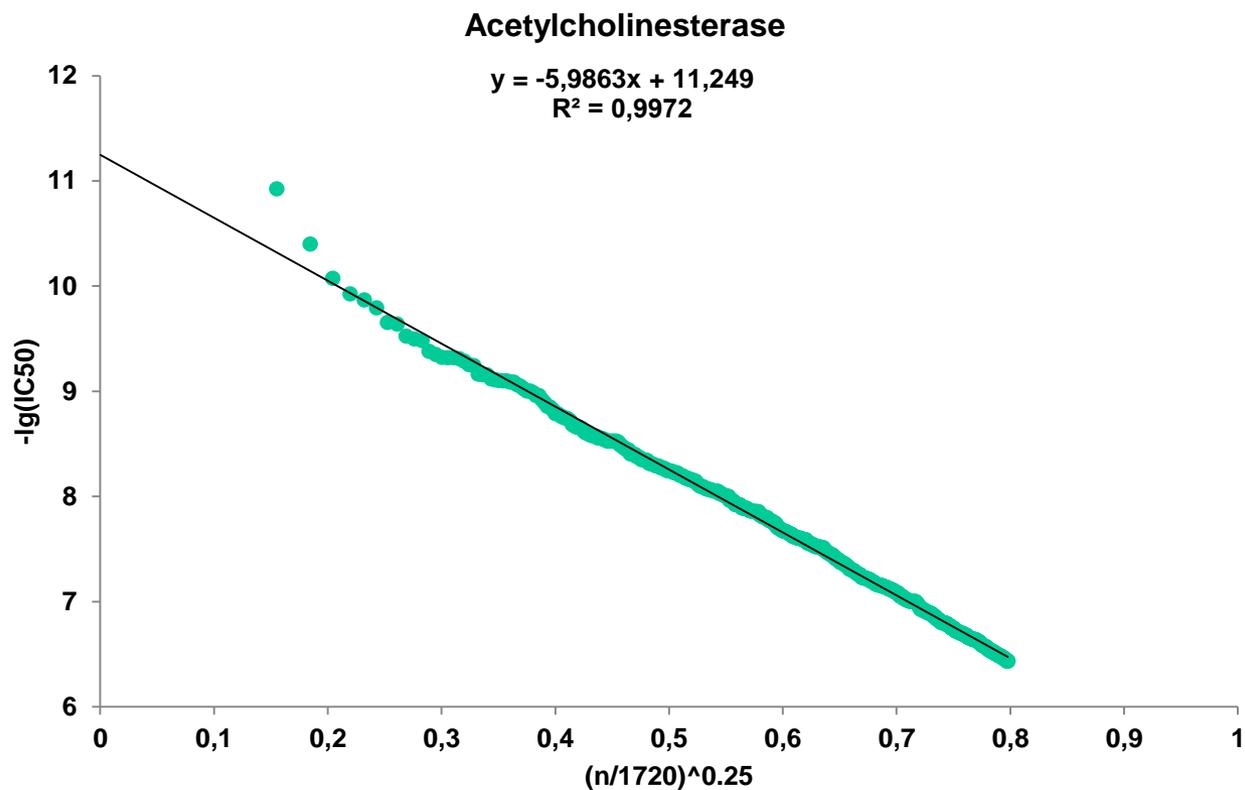


Получаем из леммы Морса:

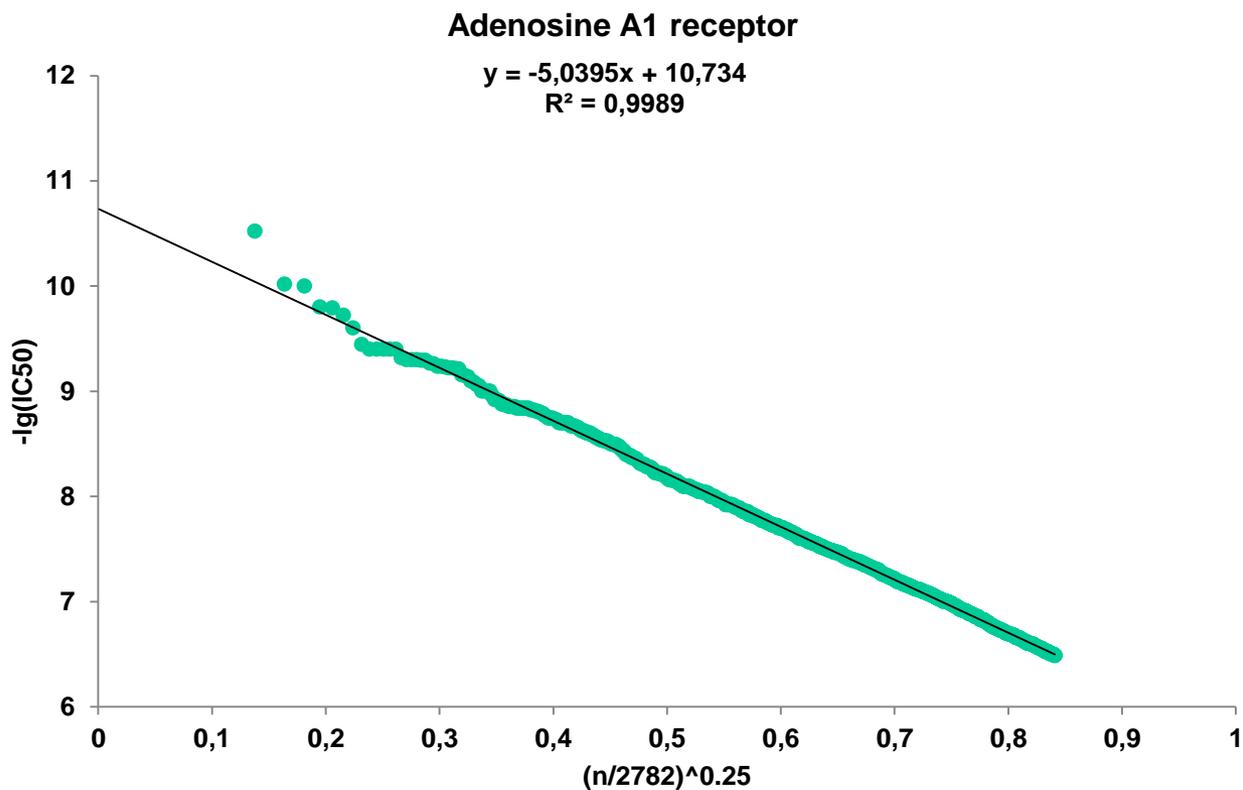
$$Pr\{\Delta G > \Delta G_*\} \sim (\Delta G_{max} - \Delta G_*)^{\frac{m}{2}}$$



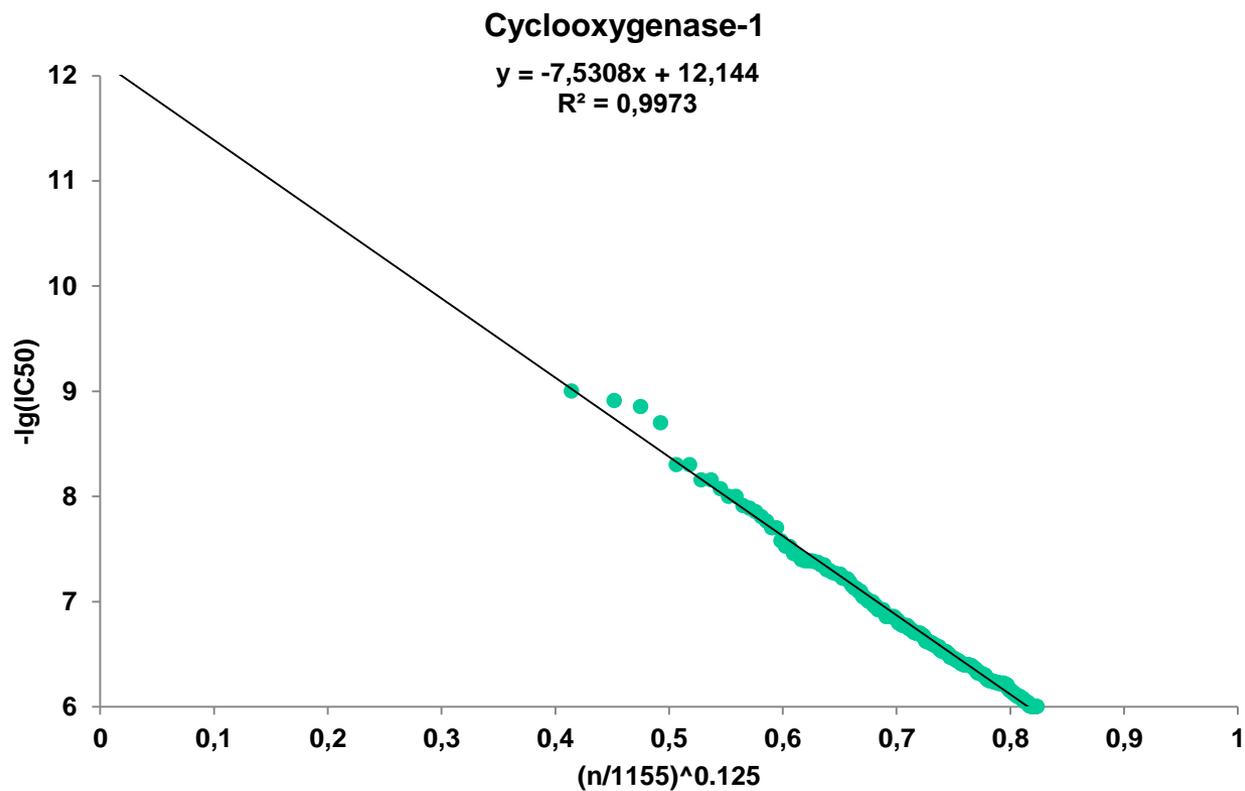
# «Размерность активности»



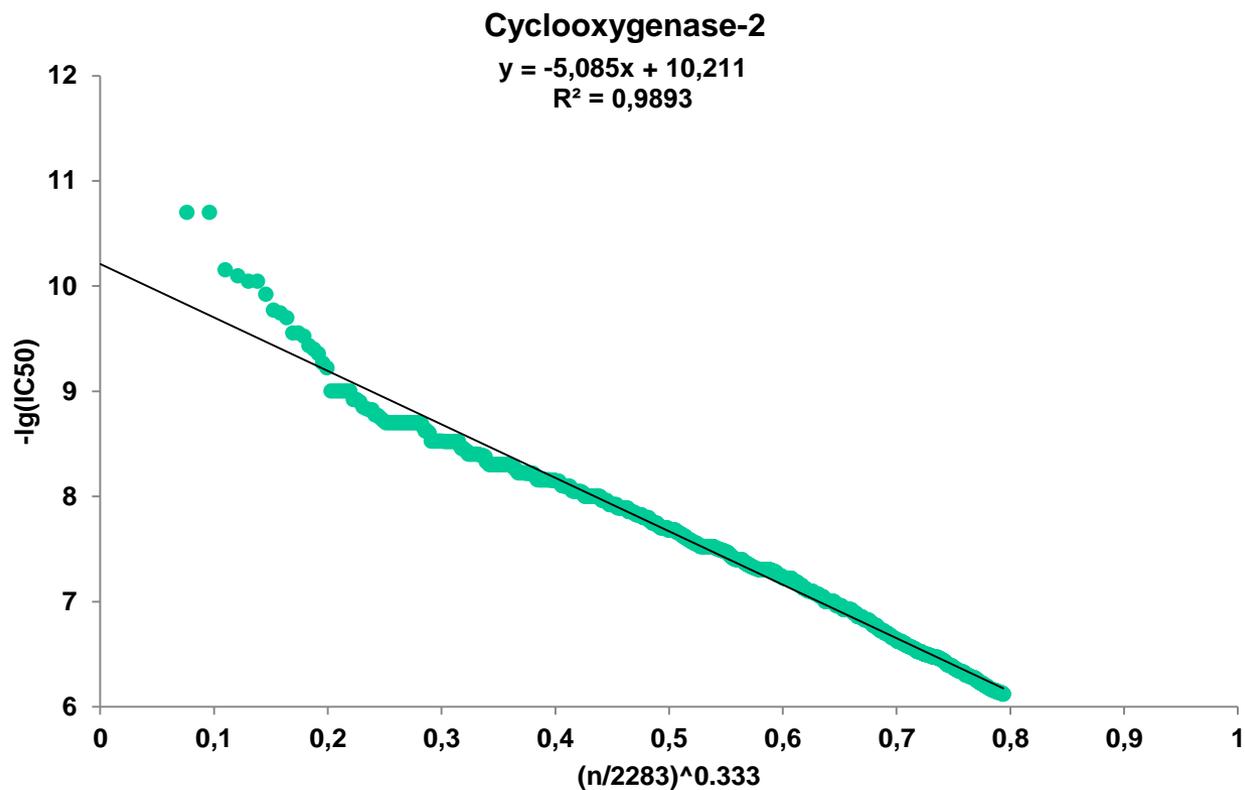
# «Размерность активности»



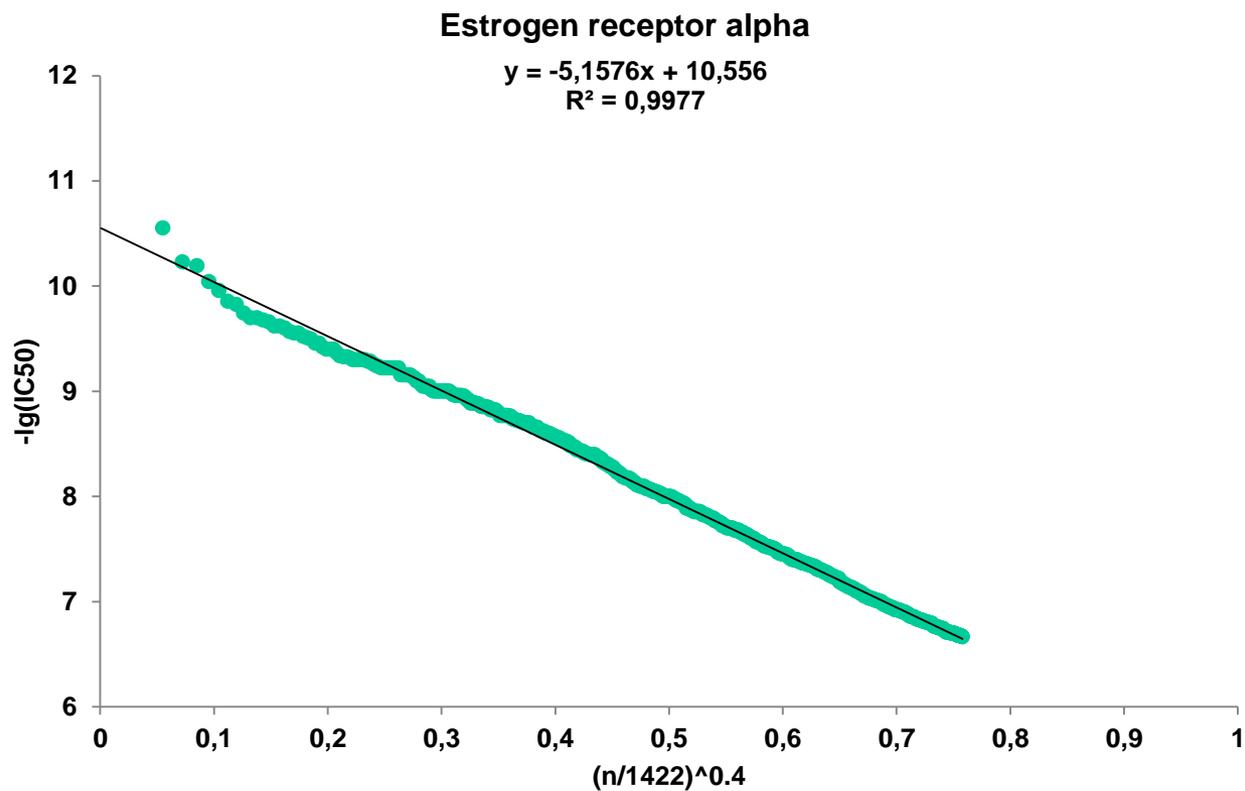
# «Размерность активности»



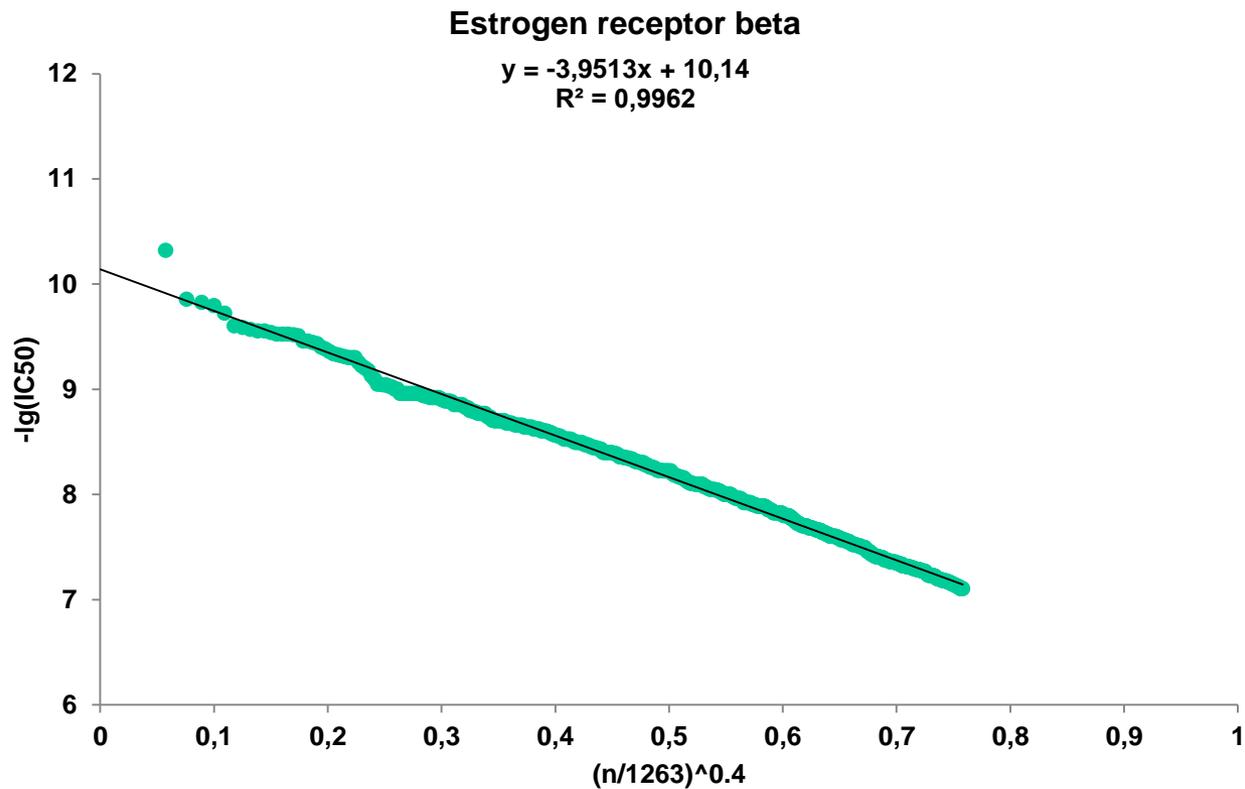
# «Размерность активности»



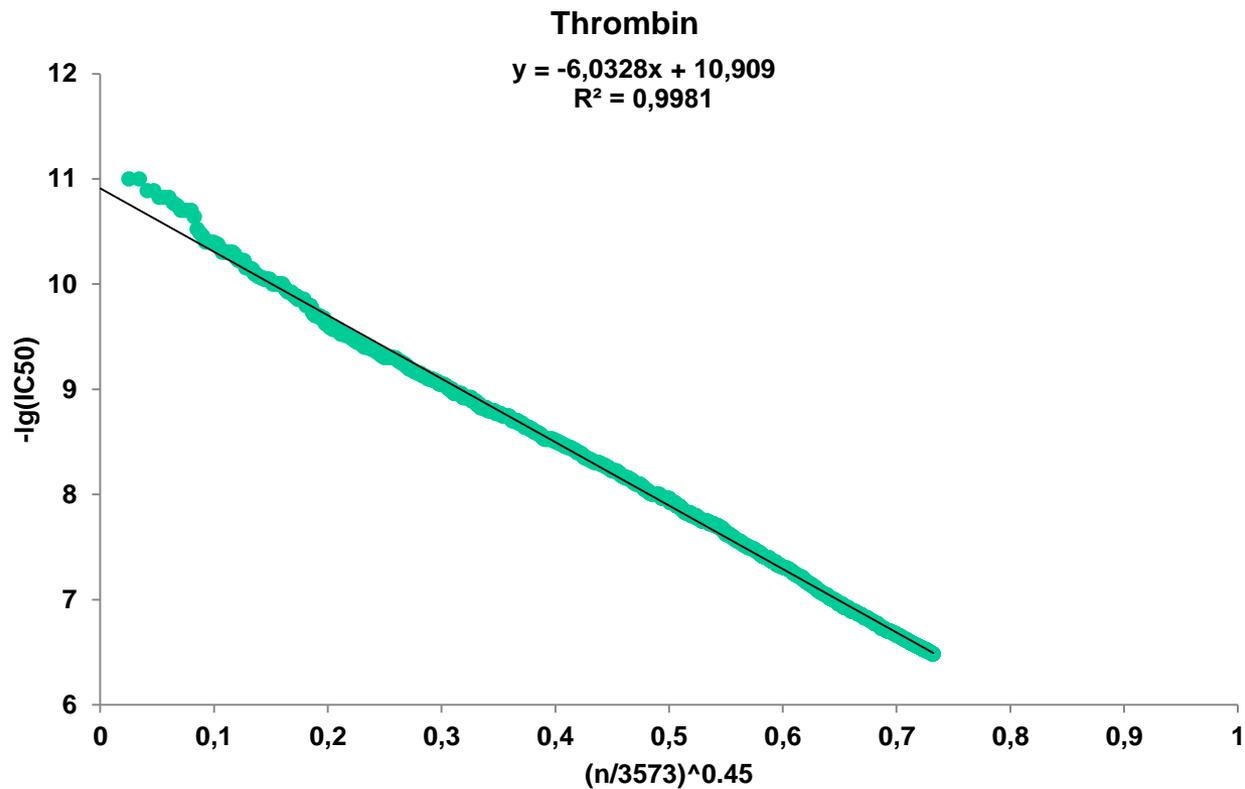
# «Размерность активности»



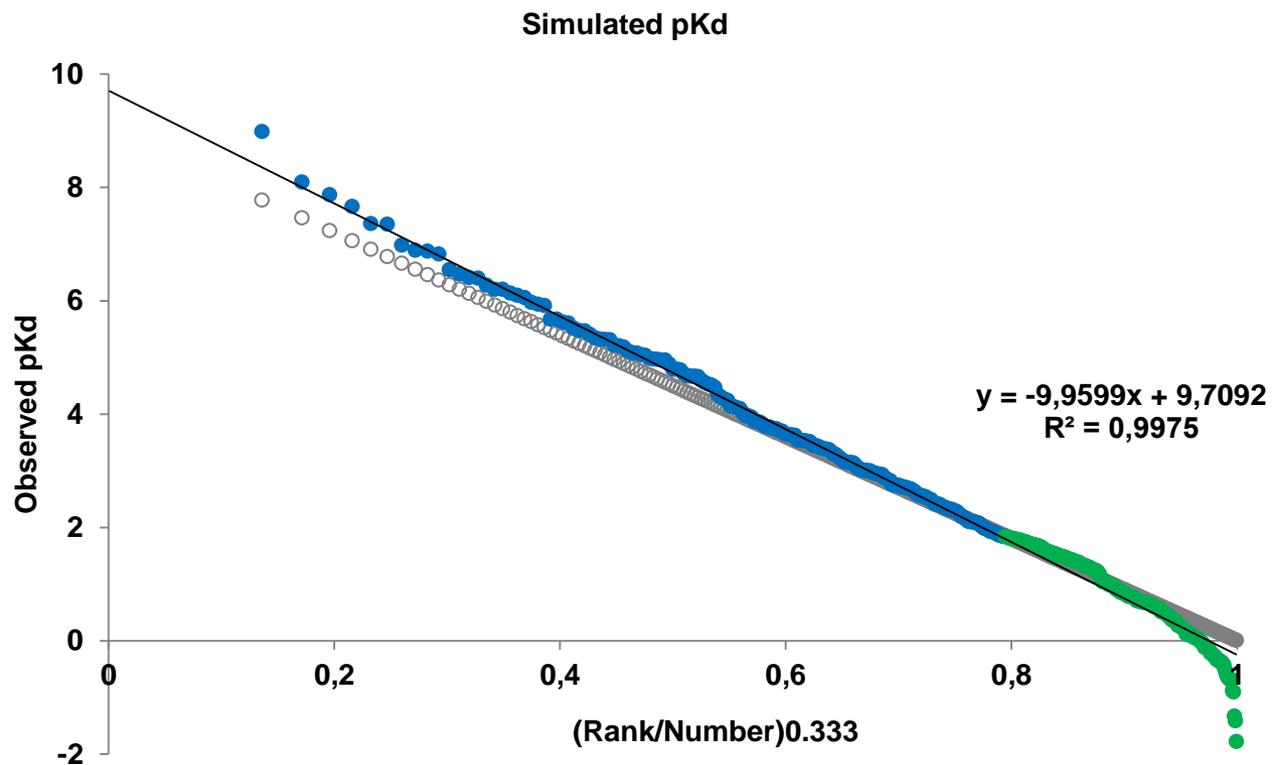
# «Размерность активности»



# «Размерность активности»



# «Размерность активности» - симуляция



# PASS Affinities

Из молекулярной биофизики и теории катастроф получаем:

$$P(A) = \left( \frac{\Delta G_{max} - \Delta G_*}{\Delta G_{max} - \Delta G_{min}} \right)^{\frac{m}{2}} = \frac{N_A}{N}$$

$$P(A|D_i) = \left( \frac{\Delta G_{max} - \Delta G_* + \Delta G_i}{\Delta G_{max} - \Delta G_{min}} \right)^{\frac{m}{2}} = \frac{N_{Ai}}{N_i}$$

Откуда простейшими преобразованиями находим<sup>^</sup>

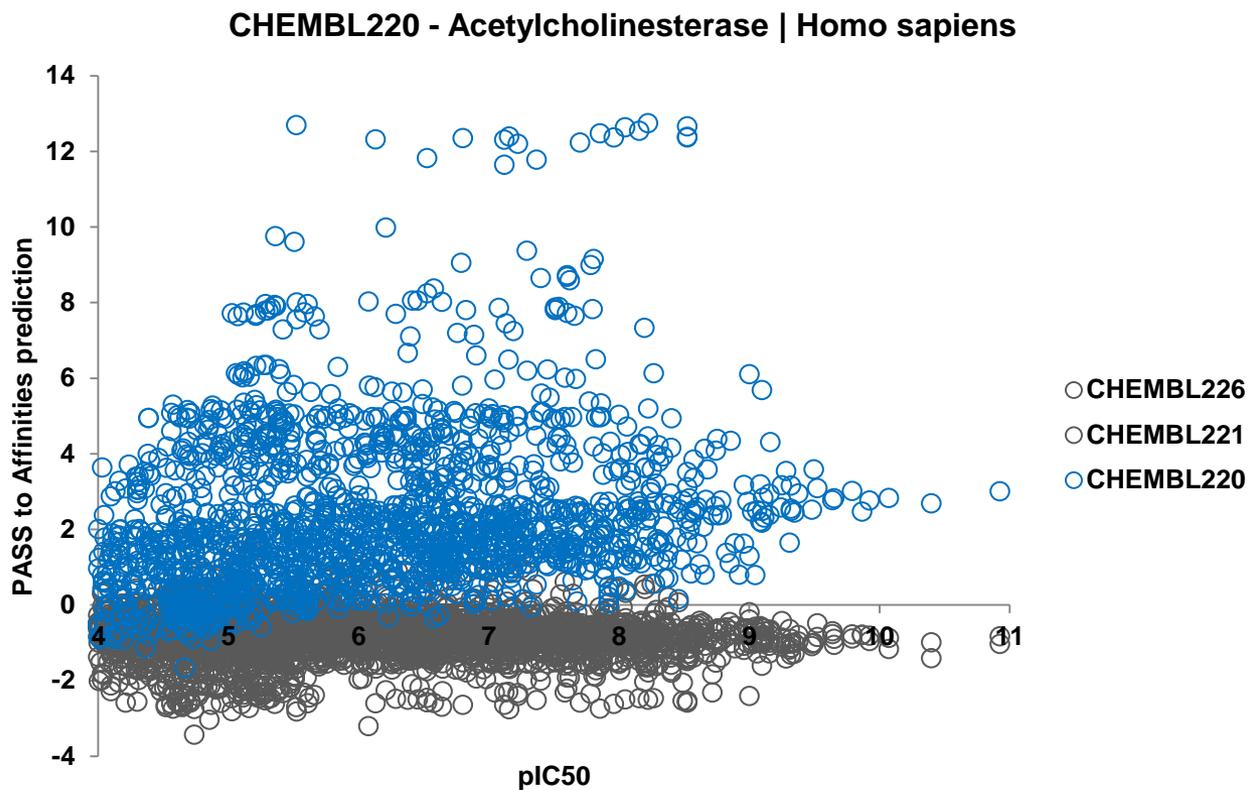
$$\Delta G = \sum_i \Delta G_i \sim A(ffinity) = \sum_i \left[ (P(A|D_i))^{1/\alpha} - (P(A))^{1/\alpha} \right]$$

**Новый алгоритм PASS Affinities основан на оценках:**

$$A(ffinity) = \sum_i \left[ \sqrt{P(A|D_i)} - \sqrt{P(A)} \right] = \sum_i \left[ \sqrt{\frac{N_{Ai}}{N_i}} - \sqrt{\frac{N_A}{N}} \right]$$

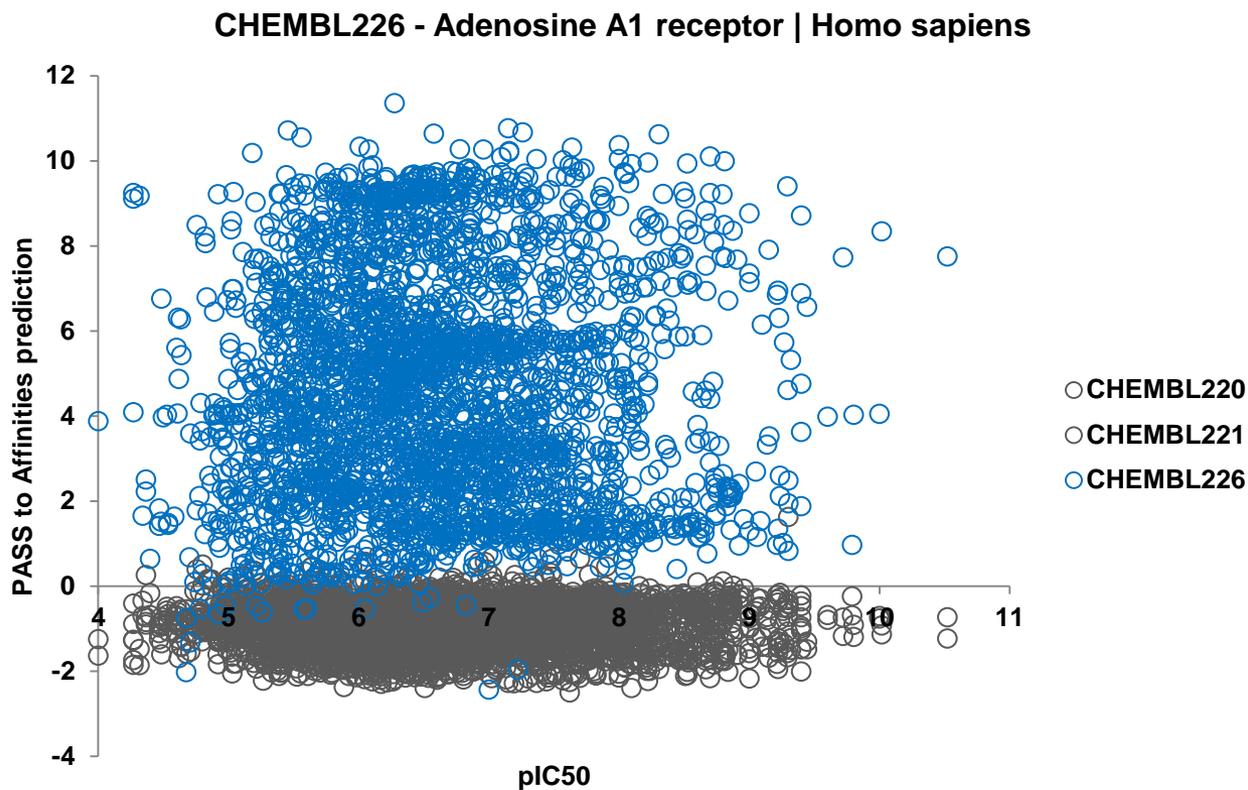
# PASS Affinities

## прогноз количественных данных по качественным



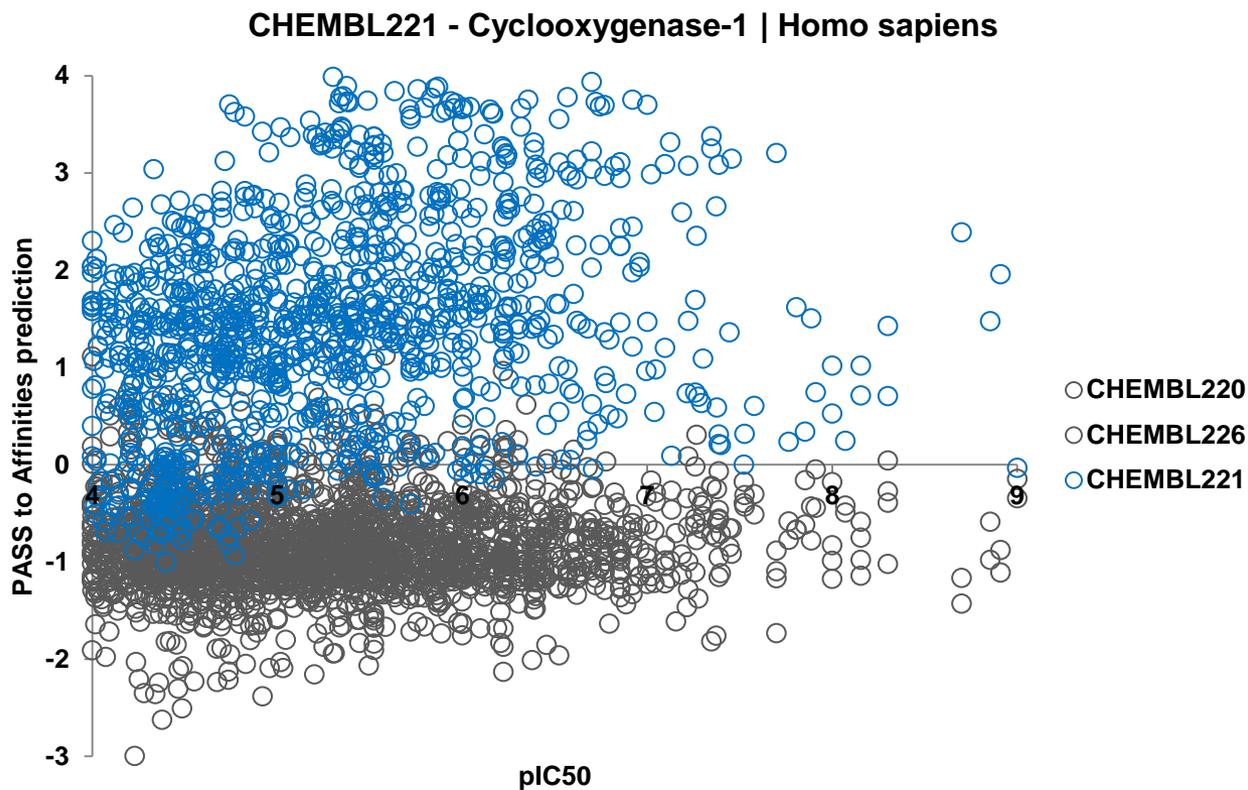
# PASS Affinities

## прогноз количественных данных по качественным



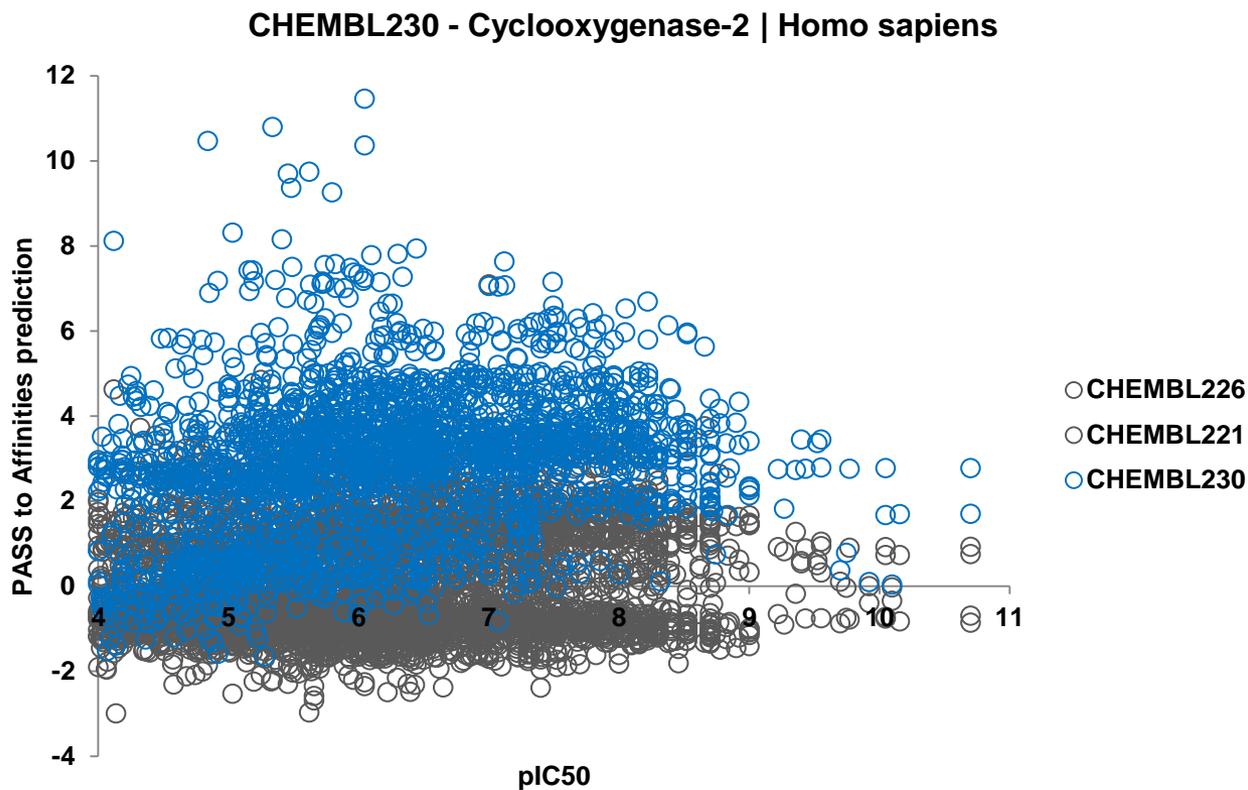
# PASS Affinities

## прогноз количественных данных по качественным



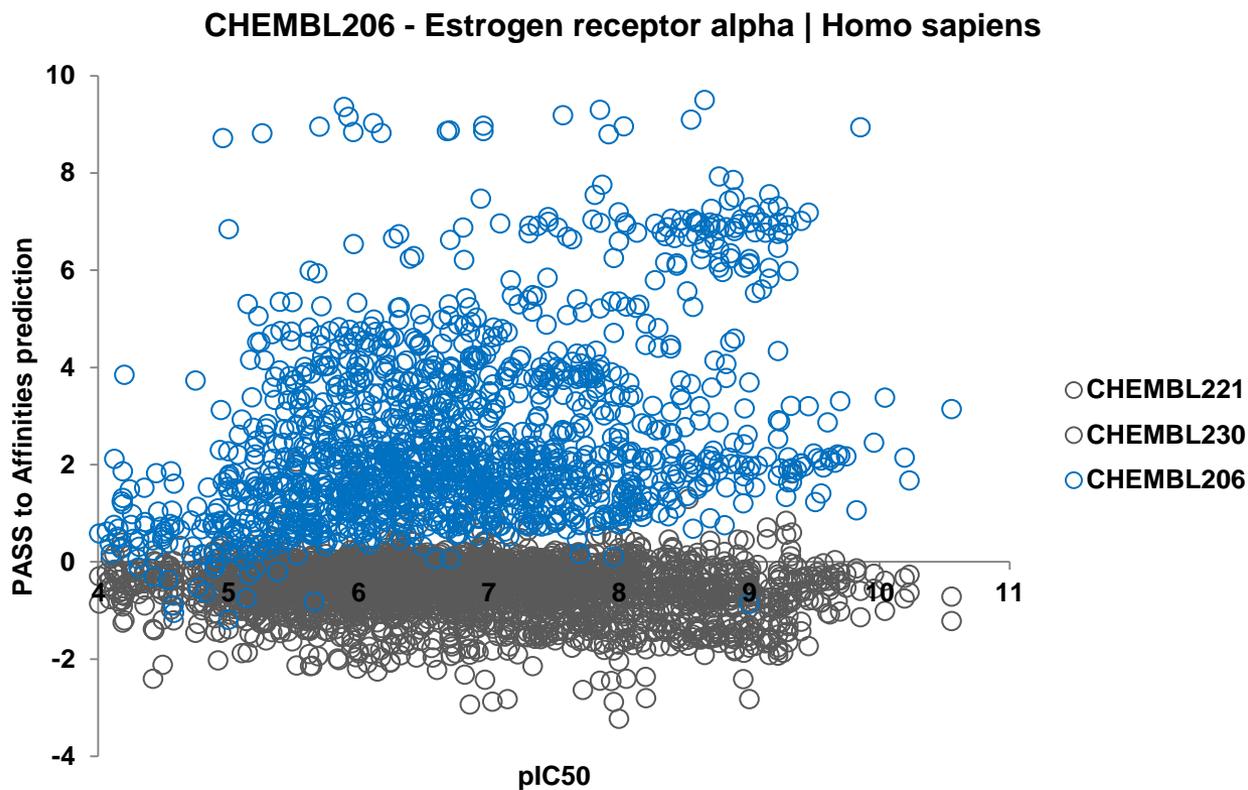
# PASS Affinities

## прогноз количественных данных по качественным



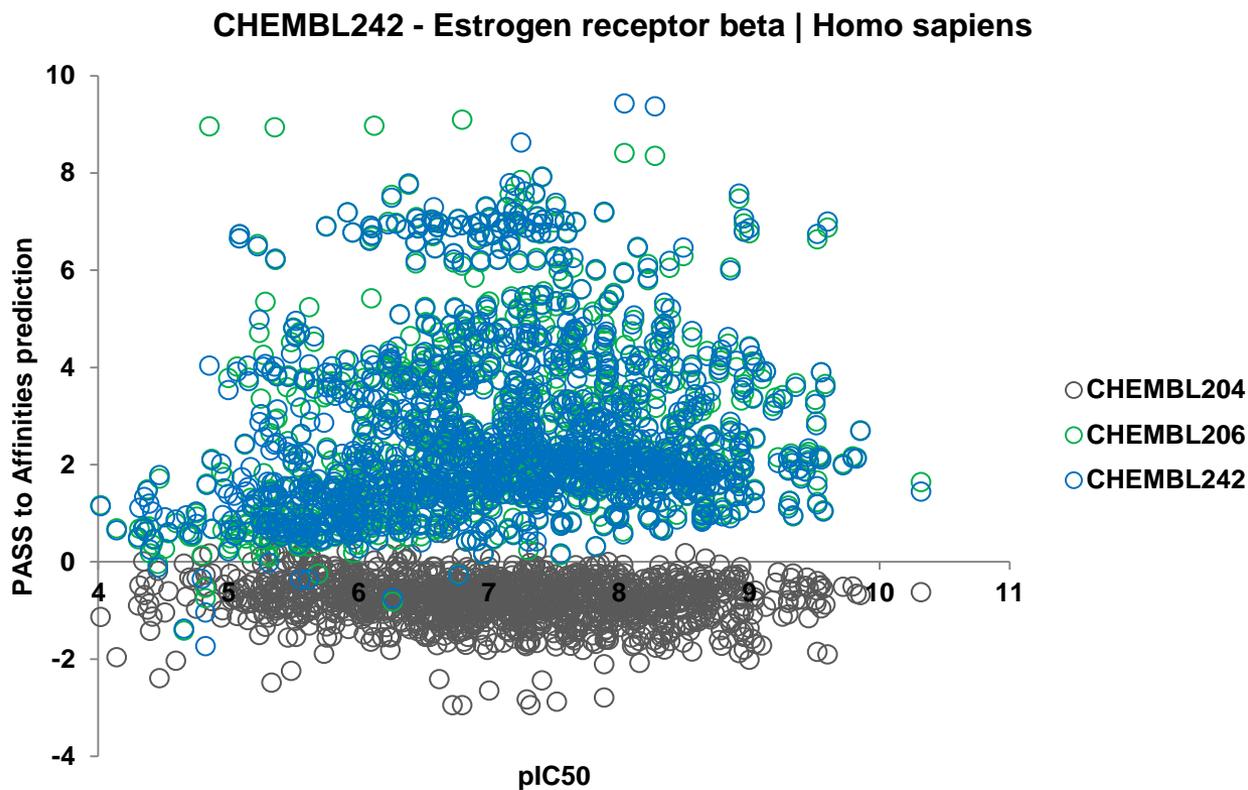
# PASS Affinities

## прогноз количественных данных по качественным



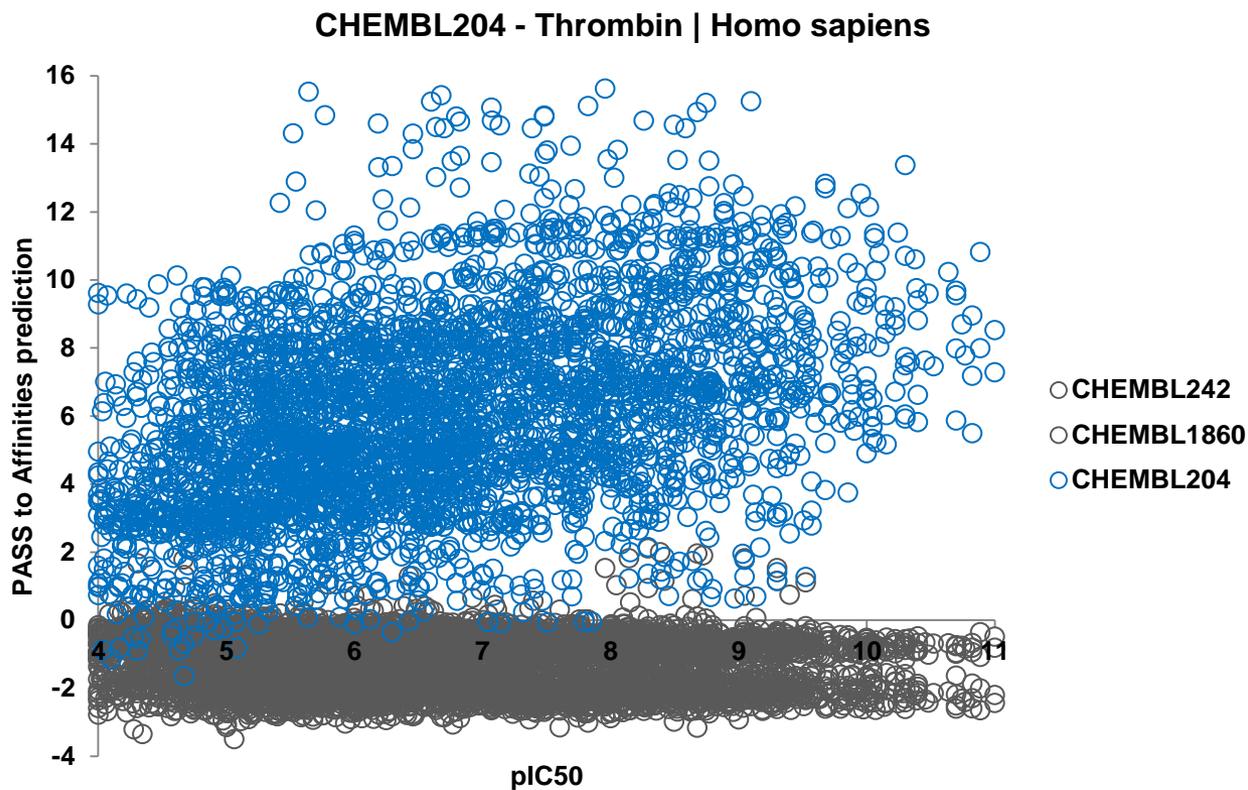
# PASS Affinities

## прогноз количественных данных по качественным



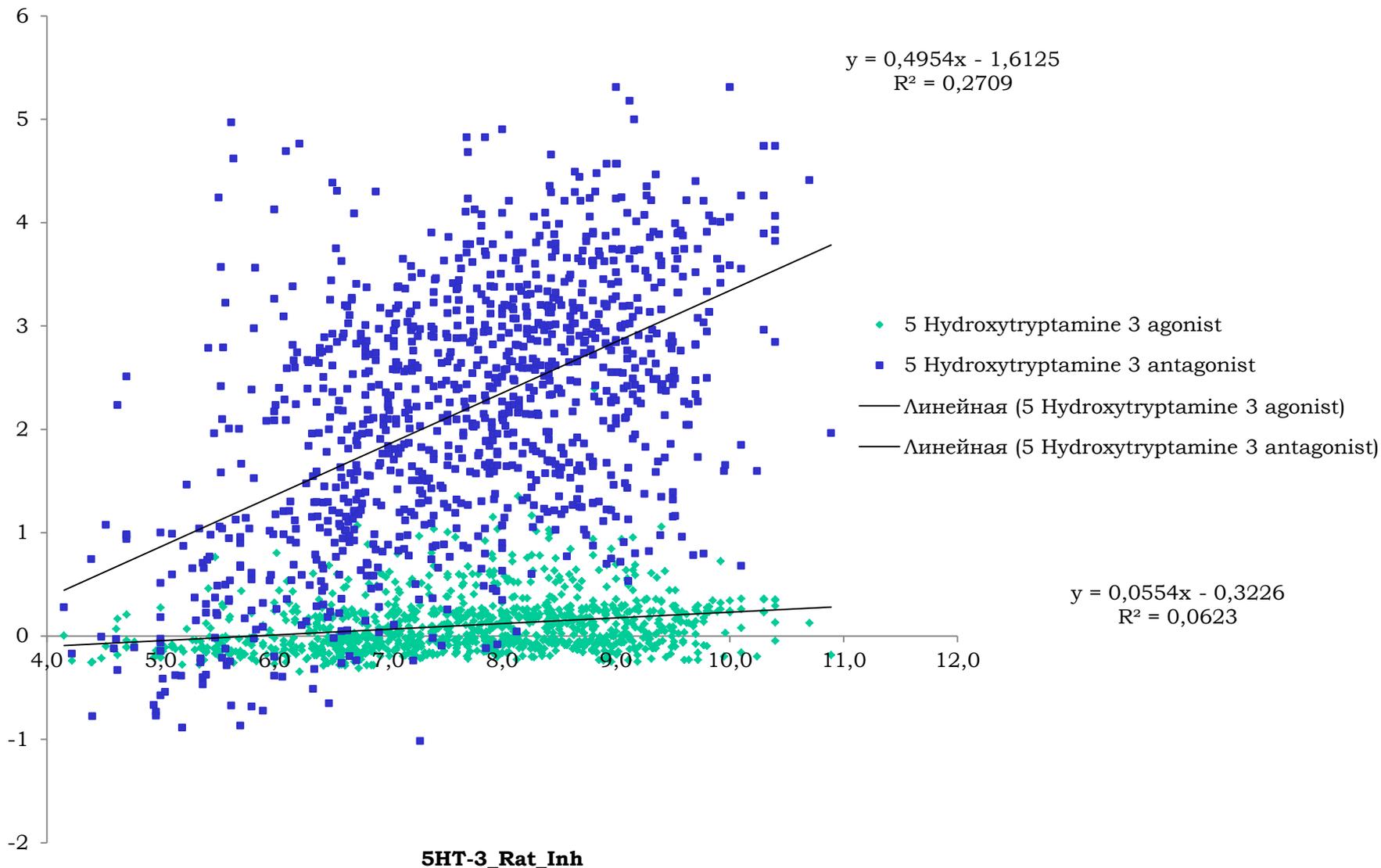
# PASS Affinities

## прогноз количественных данных по качественным



# PASS Affinities

## прогноз количественных данных по качественным



# Биофизика, теория катастроф и QSAR

Активность  $A(S)$  соединения  $S$  может быть представлена в виде:

$$A(S) \approx F(x_1, x_2, \dots, x_m) \equiv F(x)$$

Согласно лемме Морса в окрестности точки максимума  $F(x)$  может быть представлена в виде:

$$F(x) = C - \sum_i u_i^2(x)$$

где  $u_i(x)$  – гладкие преобразования координат  $x_1, x_2, \dots, x_m$ , которые можно записать в виде:

$$u_i(x) \approx c_i + \sum_k b_{ik} x_k$$

И, соответственно:

$$A(S) \approx C - \sum_i \left( c_i + \sum_k b_{ik} x_k \right)^2$$

## Выводы

- **Метод получения (Q)SAR оценок «Naive Bayes» известен как один из лучших. На основе молекулярной биофизики это находит свое естественное объяснение.**
- **Лемма Морса дает основу для степенного закона распределения аффинности лиганд-белковых комплексов.**
- **Сочетание знаний из разных областей науки позволило разработать новый компьютерный метод прогноза количественных оценок аффинности к макромолекулярным мишеням органических соединений по их структурным формулам на основе выборки с качественными данными о биологической активности органических соединений.**

# PASS Affinities или действительно ли наивен метод получения (Q)SAR оценок «Naive Bayes»?



**Спасибо за внимание!**